第 2 講　順列

PART1　順列

要点 ①　順列

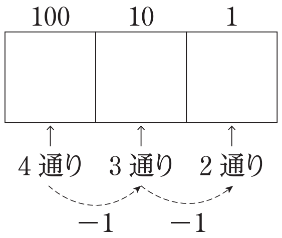
「順列」… いくつかのものを，順序をつけて 1 列に並べたもの。

4 個の数字 1，2，3，4 から異なる 3 個を選んで，3 桁の数を作る順列の総数を考える。
100 の位から順に決めていくと

①　100 の位の数は 1，2，3，4 の 4 通り

②　10 の位の数は，①で選んだ数以外の 3 通り

③　1 の位の数は，①，②で選んだ数以外の 2 通り



である。よって，積の法則により

4　3　2 = 24（通り）

である。

一般に，異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して並べる順列を，

「　　　　　　　　　　　　　」

といい，その総数を「　　　」で表す。ただし，$r \leqq n$ である。

4 個から 3 個を取る順列の総数は　　　と表され，上の例より

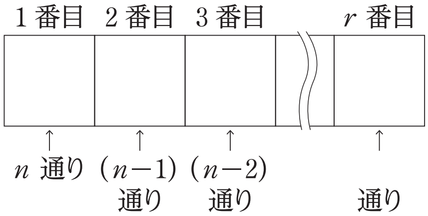
　　　　= 　　　　= 24

である。

n 個から r 個取る順列の総数は，右図より

$_n\mathrm{P}_r = n \times (n-1) \times (n-2) \times \cdots\cdots \times$

と表される。



順列の総数 $_n\mathrm{P}_r$

$$_n\mathrm{P}_r = \underbrace{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}_{r\text{ 個}} \qquad (r \leqq n)$$

例　6 人から 3 人を選んで 1 列に並べる順列の総数は

　　　　= 　　　　= 120（通り）

要点 ② 階乗

異なる n 個のものをすべて並べる順列は，

$${}_{n}\mathrm{P}\ \ = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots \qquad \cdots\cdots①$$

である。①の右辺は，1 から n までのすべての自然数の積である。これを n の「　　　」といい，記号「　　」で表す。

階乗 $n!$

$n! = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots 3\cdot 2\cdot 1$

例　4 人全員を 1 列に並べる順列の総数は

$$\qquad = \qquad\qquad = 24 \text{（通り）}$$

$0 < r < n$ のとき，${}_{n}\mathrm{P}_{r}$ を階乗の記号を用いて表す。

$${}_{n}\mathrm{P}_{r} = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$$

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{\qquad}$$

$$=$$

よって　${}_{n}\mathrm{P}_{r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$　……②

②において，$r = n$ のとき　${}_{n}\mathrm{P}\ \ = \dfrac{n!}{(n-\ \ )!} = \dfrac{n!}{\ \ }$ となる。

${}_{n}\mathrm{P}_{n} = n!$ であるから，②が $r = n$ のときにも成り立つように，$0! = 1$ と定める。

また，②において，$r = 0$ のとき　${}_{n}\mathrm{P}\ \ = \dfrac{n!}{(n-\ \ )!} = \dfrac{n!}{\ \ } = 1$ となる。

よって，②が $r = 0$ のときにも成り立つように，${}_{n}\mathrm{P}_{0} = 1$ と定める。

1 (1) 次の値を求めよ。

(i) ${}_4P_3$　　(ii) ${}_7P_1$　　(iii) $3!$　　(iv) $5!$

(2) 次のものの総数を求めよ。

(i) 5 人の生徒から 2 人を選んで 1 列に並べるときの並べ方。

(ii) NUMBERS という単語の 7 個の文字を全部使ってできる文字列。

Point Pickup

順列の総数

「　　　　」n 個のものがあるとき

・その中から「　　　　」r 個のものを取り出して 1 列に並べる順列の総数は

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1) \qquad (r \leqq n)$$

・n 個のものすべてを 1 列に並べる順列の総数は

$${}_nP_n = n! = n(n-1)(n-2)\cdots\cdots3\cdot2\cdot1$$

${}_nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ である。また，${}_nP_0 = 1$，$0! = 1$ と定める。

第 2 講　PART1 確認問題

1　${}_6P_2 =$ [アイ]

2　${}_8P_1 =$ [ウ]

3　$4! =$ [エオ]

4　$6! =$ [カキク]

5　5 人の生徒の中から 3 人を選んで 1 列に並ぶとき，並び方の総数は，[ケ] P [コ] = [サシ] (通り) である。

6　A，B，C，D，E の 5 文字を並べ替えてできる文字列は，全部で [ス] ! = [セソタ] (通り) ある。

第 2 講　順列

PART1　順列

1　(1)　次の値を求めよ。

(i)　${}_4P_3$　　(ii)　${}_7P_1$　　(iii)　$3!$　　(iv)　$5!$

(2)　次のものの総数を求めよ。

(i)　5 人の生徒から 2 人を選んで 1 列に並べるときの並べ方。

(ii)　NUMBERS という単語の 7 個の文字を全部使ってできる文字列。

[解答]

(1)(i)　${}_4P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$　　(ii)　${}_7P_1 = 7$

(iii)　$3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$　　(iv)　$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

(2)(i)　${}_5P_2 = 5 \cdot 4 = 20$（通り）　　(ii)　$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$（通り）

第 2 講　PART1 確認問題 解答

1

[正解] アイ：30

[解説]

$_6P_2 = 6 \cdot 5$ [A]

$= 30$

[A]　$_nP_r = \underbrace{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}_{r\text{個}}$ $(n \geqq r)$

2

[正解] ウ：8

[解説]

$_8P_1 = 8$ [B]

[B]　$_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$

3

[正解] エオ：24

[解説]

$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ [C]

$= 24$

[C]　階乗
$n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$

4

[正解] カキク：720

[解説]

$6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ [D]

$= 720$

[D]　$n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$

5

[正解] ケ：5，コ：3，サシ：60

[解説]

5人の中から3人を選んで1列に並べるので，
5個のものから3個取って並べる順列の総数に等しい。

$_5P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3$ [E]

$= 60$（通り）

[E]　異なる n 個のものから異なる r 個を取り出して並べる順列の総数は，
$_nP_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$

6 **[正解]** **ス**：5，**セソタ**：120

[解説]

5 文字を 1 列に並べて文字列をつくるので，

5 個のものをすべて並べる順列の総数に等しい。

$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ [F]

$\quad = \mathbf{120}$ **(通り)**

[F]　異なる n 個のものをすべて並べる順列の総数は，
$\quad {}_n\mathrm{P}_n = n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$